

第一部分 考点过关

第一章 数与式

A 2025 真题诊断练

刷 诊断

1. B 【解析】 $| -3 | = 3$, 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$, 故选 B.
2. D 【解析】根据题意得 $x+1 \geq 0$, 解得 $x \geq -1$. 故选 D.
3. A 【解析】 $\because -2 < 0 < 2 < 5$, \therefore 最小的数是 -2. 故选 A.
4. B 【解析】 $40\ 317\ 000 = 4.0317 \times 10^7$. 故选 B.
5. B 【解析】 \because 点 A 在数轴上向左移动 3 个单位长度得到点 A', 点 A 表示的数是 1, \therefore 点 A' 表示的数为 $1-3=-2$, 故选 B.
6. B 【解析】

选项	解析	选项正误
A	$-2a+3a=a$	×
B	$(-2a^3)^2=4a^6$	✓
C	a^2 和 a 不是同类项, 不能合并	×
D	$a^6 \div a^2 = a^4$	×

7. A 【解析】

序号	代数式
第 1 个	$a = (2 \times 1 - 1)a$
第 2 个	$3a = (2 \times 2 - 1)a$
第 3 个	$5a = (2 \times 3 - 1)a$
第 4 个	$7a = (2 \times 4 - 1)a$
...	...
第 n 个	$(2n-1)a$

故选 A.

8. B 【解析】 $\frac{a^2+12a+36}{a^2+6a} = \frac{(a+6)^2}{a(a+6)} = \frac{a+6}{a}$. 当 $a = -3$ 时, 原式 =

$$\frac{-3+6}{-3} = -1. \text{ 故选 B.}$$

9. 2 【解析】 $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$, 故答案为 2.

10. $7(m+2)(m-2)$ 【解析】原式 $= 7(m^2-4) = 7(m+2)(m-2)$, 故答案为 $7(m+2)(m-2)$.

11. 2 【解析】原式 $= \frac{x^2+2x}{x} - \frac{x^2}{x} = \frac{2x}{x} = 2$, 故答案为 2.

12. 5 【解析】 $\because \sqrt{25} < \sqrt{26} < \sqrt{36}$, $\therefore 5 < \sqrt{26} < 6$. $\therefore n < \sqrt{26} < n+1$, $\therefore n=5$, 故答案为 5.

13. 【解】原式 $= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$.

14. 【解】原式 $= 5x - x^2 + x^2 + 3$
 $= 5x + 3$.

当 $x=2$ 时, 原式 $= 13$.

$$\begin{aligned} 15. \text{【解】原式} &= \left(\frac{x+2}{x+2} - \frac{1}{x+2} \right) \times \frac{(x+2)^2}{x+1} \\ &= \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x+1} \\ &= x+2. \end{aligned}$$

16. 【解】(1) 在第一步开始出现错误.

$$(-6) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right) = -6 \times \frac{1}{2} - 6 \times \frac{2}{3} + 6 \times \frac{5}{6} = -3 - 4 + 5 = -2.$$

$$(2) |2 - \sqrt{2}| - (-2)^2 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = 2 - \sqrt{2} - 4 \times \frac{1}{4} = 1 - \sqrt{2}.$$

B 考点突破练

考点 1 实数

刷 基础

1. D 【解析】 $-\frac{1}{3}$ 是分数, 3.14 是有限小数, 0 是整数, 它们都不是无理数; π 是无限不循环小数, 它是无理数. 故选 D.

2. A 【解析】-5 的绝对值为 5. 故选 A.

3. -1 【解析】正数与负数是相对的, 体重增加记作“+”, 则体重减少记作“-”, \therefore 体重减少 1 kg 应记作 -1. 故答案为 -1.

4. 2 2 【解析】-2 的相反数是 2; $\frac{1}{2}$ 的倒数是 2, 故答案为 2, 2.

5. A 【解析】由数轴可知, $a < 0$, $b > 0$, $a < b$, 故选项 A 符合题意. 故选 A.

☆ 关键点拨

利用数轴比较实数大小的方法

数轴上右边的点表示的数永远比左边的点表示的数大.

6. $>$ 【解析】 $\because \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$, $\therefore -\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}$. 故答案为 $>$.

7. B 【解析】 $0.000\ 000\ 021 = 2.1 \times 10^{-8}$, 故选 B.

☆ 方法技巧

科学记数法的表示

一个数可以用科学记数法表示为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 当这个数的绝对值比 10 大时, n 为正整数, n 的值比这个数的整数位数小 1; 当这个数的绝对值比 1 小时, n 为负整数, $|n|$ 就是这个数中从左边起第一个非零数字前零的个数 (包括小数点前的零).

8. 5.635×10^7 【解析】 $56\ 350\ 000 = 5.635 \times 10^7$, 故答案为 5.635×10^7 .

9. B 【解析】 $\because \sqrt[3]{-27} = -3, \therefore -27$ 的立方根是 -3 . 故选 B.

10. D 【解析】16 的平方根是 ± 4 , 故选 D.

11. 3 【解析】 $\because \sqrt{81} = 9, \therefore \sqrt{81}$ 的算术平方根是 3. 故答案为 3.

12. 【解】 $|1 - \sqrt{2}| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt[3]{27} + (\pi - 3.14)^0 = \sqrt{2} - 1 + 2 - 3 + 1 = \sqrt{2} - 1$.

13. 【解】 $-1^{2\ 024} - (2 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times |1 - (-3)^2| = -1 - \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} \times |1 - 9| = -1 - \frac{1}{2} \times 8 = -1 - 4 = -(1 + 4) = -5$.

刷提升

1. B 【解析】 $-1^2 = -1, |-1| = 1, \frac{1}{-1} = -1, +(-1) = -1, \therefore$ 结果是 -1 的有 3 个. 故选 B.

2. D 【解析】 $\because 6.18 \times 10^8 = 618\ 000\ 000, 6.28 \times 10^8 = 628\ 000\ 000, 6.18 \times 10^9 = 6\ 180\ 000\ 000, 6.28 \times 10^9 = 6\ 280\ 000\ 000$, 且 $618\ 000\ 000 < 628\ 000\ 000 < 6\ 180\ 000\ 000 < 6\ 280\ 000\ 000, \therefore 6.18 \times 10^8 < 6.28 \times 10^8 < 6.18 \times 10^9 < 6.28 \times 10^9, \therefore$ 四个数中, 最大的是 6.28×10^9 , 故选 D.

3. C 【解析】 $\because |a + 2| + \sqrt{b - \frac{1}{2}} = 0, \therefore a + 2 = 0, b - \frac{1}{2} = 0, \therefore a = -2, b = \frac{1}{2}, \therefore (ab)^{2\ 025} = \left(-2 \times \frac{1}{2}\right)^{2\ 025} = -1$. 故选 C.

4. B 【解析】由数轴可得 $-3 < a < -2, -2 < b < -1, 3 < c < 4, b + c < 3$, A 选项结论错误, 不符合题意; $a - c < 0$, B 选项结论正确, 符合题意; 根据数轴可知 $|a| < |c|$, C 选项结论错误, 不符合题意; 根据数轴可知 $a < b$, 则 $-2a > -2b$, D 选项结论错误, 不符合题意. 故选 B.

5. 9 【解析】13.6 亿 $= 1\ 360\ 000\ 000 = 1.36 \times 10^9$. 故答案为 9.

6. $-a^2 > a > \frac{1}{a}$ 【解析】 $\because -1 < a < 0, \therefore -\frac{1}{a} > 1, \therefore \frac{1}{a} < -1 < a, \therefore -a^2 > a^2, \therefore a < -a^2, \therefore a, -a^2, \frac{1}{a}$ 的大小关系是 $-a^2 > a > \frac{1}{a}$.

7. -1 【解析】由题意可知 $2m - 1 + 2 - m = 0, \therefore m = -1$, 故答案为 -1 .

8. 【解】(1) ① $2 \times (-6) - 0 - (-3) = -12 - 0 + 3 = -9$.

② \because 摸出的四个小球上的数字的积不为 0, \therefore 摸出的四个小球上的数字分别为 $-6, 5, 2, -3, \therefore$ 四个数字的和为 $-6 + 5 + 2 - 3 = -6 - 3 + 5 + 2 = -9 + 7 = -2$.

(2) 最小值为 -13 .

摸出的四个小球上的数字为 $-6, 0, 5, 2$, 且第一个“□”内填 -6 时, 计算结果最小, 为 $-6 - 0 - 5 - 2 = -13$.

刷素养

9. A 【解析】将二进制数 1011_2 化为十进制数为 $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11. \because 11 = 1 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 2 \times 3^0 = 10_3, \therefore$ 将二进制数 1011_2 化为三进制数为 10_3 , 故选 A.

考点2 整式

刷基础

1. $30n$ 【解析】 $30 \times n = 30n$ (元), 故答案为 $30n$.

2. 5 【解析】 $\because y = x + 1, \therefore y - x = 1, \therefore 2y - 2x + 3 = 2(y - x) + 3 = 2 \times 1 + 3 = 5$, 故答案为 5.

3. B 【解析】

选项	分析	判断
A	$a^3 \cdot a^3 = a^6$	不符合题意
B	$a^4 \div a^2 = a^2$	符合题意
C	$(a^3)^2 = a^6$	不符合题意
D	$2a^2 - a^2 = a^2$	不符合题意

刷有所得

幂的运算

同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加; 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减; 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘.

4. $y^2 - 1$ 【解析】 $3xy + 2y^2 - 5 - (y^2 + 3xy - 4) = 3xy + 2y^2 - 5 - y^2 - 3xy + 4 = y^2 - 1$. 故答案为 $y^2 - 1$.

5. 【解】(1) 原式 $= x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x = 1$.

(2) 原式 $= (xy - 4x^2) + (4x^2 - y^2) = xy - 4x^2 + 4x^2 - y^2 = xy - y^2$.

当 $x = \frac{1}{2}, y = 2$ 时, 原式 $= \frac{1}{2} \times 2 - 2^2 = 1 - 4 = -3$.

6. A 【解析】A 选项, $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$, 符合题意; B 选项, $2a^2 - ab + a = a(2a - b + 1)$, 不符合题意; C 选项, $a^4 - 2a^2 + 1 = (a^2 + 1)^2 - (a^2)^2$, 不符合题意; D 选项, $4x^2 - 8x - 1 = (2x - 2)^2 - 5 = (2x - 2 + \sqrt{5})(2x - 2 - \sqrt{5})$, 不符合题意. 故选 A.

7. $2(x - 3y)^2$ 【解析】 $2x^2 - 12xy + 18y^2 = 2(x^2 - 6xy + 9y^2) = 2(x - 3y)^2$, 故答案为 $2(x - 3y)^2$.

8. A 【解析】选项 A 中的阴影部分的面积可以直观地解释 $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$, 故选 A.

9. C 【解析】 \because 题图(1)中阴影部分的面积为 $a^2 - b^2$, 题图(2)中阴影部分的面积为 $(a + b)(a - b)$, 而两个图形中阴影部分的面积相等, $\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. 故选 C.

刷易错

10. ± 2 【解析】 $\because x^2 - 2mx + 4 = x^2 - 2mx + 2^2, \therefore -2mx = \pm 2x \times 2$, 解得 $m = \pm 2$. 故答案为 ± 2 .

易错警示

两数的平方和, 再加上或减去它们积的 2 倍, 就构成了一个完全平方式. 注意积的 2 倍的符号, 避免漏解.

刷提升

1. B 【解析】 $\because 3^a+3^a+3^a=3\times 3^a=3^{a+1}$, $3^b\times 3^b\times 3^b=(3^b)^3=3^{3b}$,
 $\therefore a+1=3b$. 故选 B.

2. C 【解析】 $\because M=-2a^2+4a+1$, $N=-3a^2+4a$, $\therefore M-N=-2a^2+4a+1-(-3a^2+4a)=-2a^2+4a+1+3a^2-4a=a^2+1$. $\because a^2\geq 0$,
 $\therefore a^2+1\geq 1$, $\therefore M-N>0$, $\therefore M>N$. 故选 C.

3. C 【解析】设正方形甲的边长为 $a(a>0)$, 正方形乙的边长为 $b(b>0)$, 且 $a>b$. 由题意可得 $a^2+b^2=10$, $(a+b)\times(a+b)\div 2=8$, 即 $(a+b)^2=16$, $\therefore a+b=4$, $ab=[(a+b)^2-(a^2+b^2)]\div 2=(16-10)\div 2=3$, $\therefore (a-b)^2=a^2+b^2-2ab=4$, $\therefore a-b=2$. 题图(2)中阴影部分的面积是 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=4\times 2=8$. 故选 C.

4. 1 【解析】 $\because 2a+b=-1$, $\therefore b=-1-2a$, $\therefore 4a^2+2ab-b=4a^2+2a(-1-2a)-(-1-2a)=4a^2-2a-4a^2+1+2a=1$, 故答案为 1.

5. -2 【解析】 $(ax^2-x+1)(bx-2)=abx^3+(-2a-b)x^2+(b+2)x-2$. \because 计算结果中不含 x^2 项和 x 项, $\therefore -2a-b=0$ 且 $b+2=0$,
 $\therefore a=1$, $b=-2$, $\therefore ab=-2$. 故答案为 -2.

6. 220 【解析】 $\because U=IR_1+IR_2+IR_3$, \therefore 当 $R_1=20.3$, $R_2=31.9$, $R_3=47.8$, $I=2.2$ 时, $U=20.3\times 2.2+31.9\times 2.2+47.8\times 2.2=(20.3+31.9+47.8)\times 2.2=220$, 故答案为 220.

7. $(3x+y-1)(3x-y+1)$ 【解析】 $9x^2-y^2+2y-1=9x^2-(y^2-2y+1)=(3x)^2-(y-1)^2=(3x+y-1)[3x-(y-1)]=(3x+y-1)(3x-y+1)$, 故答案为 $(3x+y-1)(3x-y+1)$.

8. 【解】(1) 题图(1)中, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$. 题图(2)中,
 $S_{\text{大正方形}}=(a+b)^2$, $S_{\text{小正方形}}=(a-b)^2$, $S_{\text{长方形}}=ab$.
 $\because S_{\text{大正方形}}=S_{\text{小正方形}}+4S_{\text{长方形}}$, $\therefore (a+b)^2=(a-b)^2+4ab$, 故答案为 a^2+b^2+2ab , $(a-b)^2+4ab$.

$$(2) \because (x+y)^2=x^2+y^2+2xy, \therefore xy=\frac{1}{2}[(x+y)^2-(x^2+y^2)].$$

$$\because x+y=8, x^2+y^2=40, \therefore xy=\frac{1}{2}\times(8^2-40)=12, \therefore (x-y)^2=(x+y)^2-4xy=8^2-4\times 12=16.$$

故答案为 16, 12.

(3) 由题意得 $AB=AC+CB=7$. $\because S_1+S_2=16$, $\therefore AC^2+CB^2=16$.

$$\because (AC+CB)^2=AC^2+CB^2+2AC\cdot CB, \therefore AC\cdot CB=\frac{1}{2}[(AC+CB)^2-(AC^2+CB^2)]=\frac{1}{2}\times(7^2-16)=\frac{33}{2}, \therefore S_{\text{阴影}}=\frac{33}{2}.$$

刷素养

9. (1) 【证明】 $\because 3m+n=\frac{b}{a}$, $mn=\frac{c}{a}$, $\therefore b=a(3m+n)$, $c=amn$,
 则 $b^2-12ac=[a(3m+n)]^2-12a^2mn=a^2(9m^2+6mn+n^2)-12a^2mn=a^2(9m^2-6mn+n^2)=a^2(3m-n)^2$.
 $\because a, m, n$ 是实数, $\therefore a^2(3m-n)^2\geq 0$,

$\therefore b^2-12ac$ 为非负数.

(2) 【解】 m, n 不可以都为整数.

理由如下: 若 m, n 都为整数, 其可能情况如下: ① m, n 都为奇数; ② m, n 中至少有一个为偶数.

① 当 m, n 都为奇数时, $3m+n$ 必为偶数.

$$\because 3m+n=\frac{b}{a}, \therefore b=a(3m+n).$$

$\because a$ 为奇数,

$\therefore a(3m+n)$ 必为偶数, 这与 b 为奇数矛盾.

② 当 m, n 为整数, 且其中至少有一个为偶数时, mn 必为偶数.

$$\because mn=\frac{c}{a}, \therefore c=amn.$$

$\because a$ 为奇数, $\therefore amn$ 必为偶数, 这与 c 为奇数矛盾.

综上所述, m, n 不可以都为整数.

考点3 分式

刷基础

1. C 【解析】A 选项, $\frac{x}{3}$ 是整式, 故此选项不符合题意; B 选项, $\frac{xy}{\pi}$ 是整式, 故此选项不符合题意; C 选项, $\frac{1}{a} (a\neq 0)$ 是分式, 故此选项符合题意; D 选项, $\frac{a+b}{15}$ 是整式, 故此选项不符合题意. 故选 C.

2. D 【解析】只有当 $a=0$ 时, $\frac{3}{4}=\frac{3+a}{4+a}$, 故 A 不符合题意; $\frac{a^2}{b^2}$ 无法约分, 故 B 不符合题意; 当 $c\neq 0$ 时, $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$, 故 C 不符合题意; 根据分式的基本性质, 得 $\frac{2xy}{y^2}=\frac{2x}{y}$, 故 D 符合题意. 故选 D.

3. 0 (答案不唯一) 【解析】要使分式 $\frac{1}{x+3}$ 有意义, 则 $x+3\neq 0$,
 $\therefore x\neq -3$, $\therefore x$ 的值可以为 0.

☆ 关键点拨

分式有无意义的条件

分式 $\frac{A}{B}$ 有意义, 则 $B\neq 0$; 分式 $\frac{A}{B}$ 无意义, 则 $B=0$.

4. 1 【解析】 \because 分式 $\frac{x-1}{2x}$ 的值为 0, $\therefore x-1=0$ 且 $2x\neq 0$, 解得 $x=1$. 故答案为 1.

☆ 方法技巧

分式的值

分式的值为正数, 则分子、分母同号; 分式的值为负数, 则分子、分母异号; 分式的值为 0, 则分子为 0, 分母不为 0.

5. B 【解析】

选项	分析	判断
A	原式 = $\frac{x-1}{x}$	不符合题意
B	原式 = $\frac{(x+1)(x-1)}{x} \times \frac{x}{x+1} = x-1$	符合题意
C	原式 = $\frac{x+1}{x} \times \frac{x-1}{x} = \frac{x^2-1}{x^2}$	不符合题意
D	原式 = $\frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1$	不符合题意

6. 2 【解析】 $\because a^2-2b+1=0, \therefore a^2+1=2b. \because a^2 \geq 0, \therefore a^2+1>0,$
 $\therefore b>0, \therefore \frac{4b}{a^2+1} = \frac{4b}{2b} = 2.$ 故答案为 2.

7. $\frac{b-a}{a}$ 【解析】 $\because \frac{b^2}{a(a+b)} - \frac{a}{a+b} = \frac{b^2-a^2}{a(a+b)} = \frac{(b+a)(b-a)}{a(a+b)} = \frac{b-a}{a},$
 \therefore 被覆盖的部分是 $\frac{b-a}{a}.$ 故答案为 $\frac{b-a}{a}.$

8. 【解】原式 = $\left[\frac{m-1}{(m+1)(m-1)} + \frac{m+1}{(m+1)(m-1)} \right] \times \frac{(m+1)^2}{m}$
 $= \frac{m-1+m+1}{(m+1)(m-1)} \times \frac{(m+1)^2}{m}$
 $= \frac{2m}{(m+1)(m-1)} \times \frac{(m+1)^2}{m}$
 $= \frac{2(m+1)}{m-1} \left(\text{或} \frac{2m+2}{m-1} \right).$

9. 【解】 $\left(\frac{2x-1}{x-1} - 1 \right) \div \frac{x}{x^2-2x+1} = \frac{2x-1-x+1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x} = \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x} = x-1.$
 $\because 0 \leq x \leq 2,$ 且 x 为整数, $\therefore x=0, 1, 2.$ \therefore 要使分式有意义, $\therefore x \neq 0$ 且 $x-1 \neq 0, \therefore x \neq 0$ 且 $x \neq 1, \therefore$ 当 $x=2$ 时, 原式 = $2-1=1.$

刷易错

10. D 【解析】 \because 把分式 $\frac{xy^2}{x+y}$ 中的 x, y 的值同时扩大为原来的 3 倍, \therefore 原式变为 $\frac{3x \cdot (3y)^2}{3x+3y} = \frac{27xy^2}{3(x+y)} = \frac{9xy^2}{x+y}, \therefore$ 这个分式的值扩大 9 倍. 故选 D.

易错警示

当分式的分子、分母中含字母的项的次数相同时, 分式的分子、分母中的字母同时扩大或缩小相同的倍数, 分式的值不变, 当字母次数不同时, 分式的值改变.

刷提升

1. B 【解析】原式 = $\frac{2(a-1)}{(a+1)(a-1)} = \frac{2}{a+1}.$ $\because a \neq \pm 1,$ 且 a 是正整数, $\therefore a$ 的最小值为 2. $\therefore \frac{2}{a+1}$ 的值随着 a 的值的增大而减小,

\therefore 当 a 取 2 时, 原式有最大值, 最大值为 $\frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}.$ 故选 B.

2. B 【解析】 $\because M = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} = \frac{1+b+1+a}{(1+a)(1+b)} = \frac{1+a+b+1}{1+a+b+ab}.$

$\because ab=1, \therefore M = \frac{1+a+b+ab}{1+a+b+ab} = 1.$ 同理, $N = \frac{a+ab+b+ab}{1+a+b+ab} =$

$\frac{1+a+b+ab}{1+a+b+ab} = 1, \therefore M=N.$ 故选 B.

3. C 【解析】

选项	分析	判断
A	原式 = $\frac{x-2}{x+1} \div \frac{x-2}{x} = \frac{x-2}{x+1} \times \frac{x}{x-2} = \frac{x}{x+1}$	不符合题意
B	原式 = $\frac{x(x-2)}{x+1} \div \frac{x-2}{x} = \frac{x(x-2)}{x+1} \times \frac{x}{x-2} = \frac{x^2}{x+1}$	不符合题意
C	原式 = $\frac{x}{x+1} \div \frac{x-2}{x} = \frac{x}{x+1} \times \frac{x}{x-2},$ 不能约分	符合题意
D	原式 = $\frac{x^2-4}{x+1} \div \frac{x-2}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x+1} \times \frac{x}{x-2} = \frac{x^2+2x}{x+1}$	不符合题意

4. D 【解析】 $\because \frac{a}{bc} = \frac{b}{ac} = \frac{c}{ab} = 2, \therefore a=2bc, b=2ac, c=2ab,$
 $\therefore a^2=2abc, b^2=2abc, c^2=2abc, \therefore \frac{a^2+b^2+c^2}{abc} = \frac{2abc+2abc+2abc}{abc} =$

$\frac{6abc}{abc} = 6,$ 故选 D.

5. 【解】(1) 第③步开始出现了错误, 分子应该是 $2x-x-2,$ 故答案为③.

$$\begin{aligned} (2) \frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} &= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} - \frac{1}{x-2} \\ &= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} - \frac{x+2}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{2x-x-2}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{1}{x+2}. \end{aligned}$$

当 $x=3$ 时, 原式 = $\frac{1}{5}.$

6. 【解】原式 = $\frac{a}{a-b} \cdot \frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{a}{a+b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{b}{a+b}.$ $\because b-2a=0, \therefore b=2a, \therefore$ 原式 = $\frac{2a}{a+2a} = \frac{2}{3}.$

刷素养

7. $-\frac{1}{x}$ 【解析】 $\because a_1 = x + 1, \therefore a_2 = \frac{1}{1-a_1} = \frac{1}{1-(x+1)} = -\frac{1}{x},$
 $\therefore a_3 = \frac{1}{1-a_2} = \frac{1}{1-(-\frac{1}{x})} = \frac{x}{x+1}, \therefore a_4 = \frac{1}{1-a_3} = \frac{1}{1-\frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{1}{x+1}} = x+1,$
 $\therefore a_5 = -\frac{1}{x}, a_6 = \frac{x}{x+1}, \dots$, 由上可得, 每三个为一个循环组.
 $\because 2\,024 \div 3 = 674 \dots 2, \therefore a_{2\,024} = -\frac{1}{x}.$ 故答案为 $-\frac{1}{x}.$

考点4 二次根式

刷基础

1. C 【解析】A 选项, $\sqrt{3}$ 是二次根式, 不符合题意; B 选项, 因为 $a^2 + 1 > 0$, 所以 $\sqrt{a^2 + 1}$ 是二次根式, 不符合题意; C 选项, 因为 $3 - \pi < 0$, 所以 $\sqrt{3 - \pi}$ 不属于二次根式, 符合题意; D 选项, $\sqrt{\frac{5}{6}}$ 是二次根式, 不符合题意. 故选 C.
2. D 【解析】 $\because \sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, $\therefore x-1 \geq 0$, 即 $x \geq 1$, 故选 D.

方法技巧

不同代数式的取值范围

代数式类型	取值范围
分式型 $\frac{A}{B}$	$B \neq 0$
二次根式型 \sqrt{a}	$a \geq 0$
零指数幂型 a^0	$a \neq 0$
负整数指数幂型 a^{-n}	$a \neq 0$

3. B 【解析】A 选项, $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 原式不是最简二次根式, 不符合题意; B 选项, $\sqrt{2}$ 是最简二次根式, 符合题意; C 选项, $\sqrt{0.2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 原式不是最简二次根式, 不符合题意; D 选项, $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, 原式不是最简二次根式, 不符合题意. 故选 B.
4. 面积为 a 的正方形的边长为 \sqrt{a} (答案不唯一)
5. A 【解析】 $\because \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}, \therefore 2 < \sqrt{5} < 3, \therefore$ 估计 $\sqrt{5}$ 的值在 2 和 3 之间, 故选 A.

方法技巧

无理数的估算

估算含根号的无理数的大小时可用“逐步逼近”法, 例如要估算 $\sqrt{15}$ 的大小, 首先找出与 15 邻近的两个完全平方数, 即 $9 < 15 < 16$, 则 $3 < \sqrt{15} < 4$.

6. 2 (或 3 或 4) 【解析】 $\because \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}, \therefore 1 < \sqrt{2} < 2. \because \sqrt{2} < a < 5,$
 \therefore 整数 a 可以是 2 或 3 或 4, 故答案为 2 (或 3 或 4).
7. -3 【解析】 $\because |x| < 2\sqrt{3}, \therefore -2\sqrt{3} < x < 2\sqrt{3}. \because 2\sqrt{3} = \sqrt{12}, \sqrt{9} <$
 $\sqrt{12} < \sqrt{16}, \therefore 3 < 2\sqrt{3} < 4, \therefore -4 < -2\sqrt{3} < -3, \therefore x$ 的最小整数
 值是 -3, 故答案为 -3.

8. D 【解析】

选项	分析	判断
A	$5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$	不正确
B	$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$	不正确
C	$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$	不正确
D	$3\sqrt{6} \div \sqrt{3} = 3\sqrt{2}$	正确

9. A 【解析】由数轴可知, $-3 < a < -2, 0 < b < 1, \therefore a - b < 0, \therefore$ 原
 式 $= b - a - b + a + 2 = 2$. 故选 A.
10. 22 【解析】原式 $= 5 - (1 - 18) = 5 + 17 = 22$. 故答案为 22.
11. 【解】(1) $2\sqrt{40} - 5\sqrt{\frac{1}{10}} - \sqrt{10} = 4\sqrt{10} - \frac{\sqrt{10}}{2} - \sqrt{10} =$
 $\frac{5\sqrt{10}}{2}.$
- (2) $\sqrt{48} \div \sqrt{3} + 2\sqrt{\frac{1}{5}} \times \sqrt{30} - (2\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$
 $= \sqrt{16} + 2\sqrt{6} - (8 + 4\sqrt{6} + 3)$
 $= 4 + 2\sqrt{6} - 8 - 4\sqrt{6} - 3$
 $= -7 - 2\sqrt{6}.$
12. 【解】 $\because b = \sqrt{5} - 1, \therefore b^2 = (\sqrt{5} - 1)^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1 = 2(3 - \sqrt{5}).$
 $\because a = 3 - \sqrt{5}, \therefore b^2 = 2a, \therefore$ 原式 $= \frac{a}{2a} - \frac{2a}{a} = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}.$

刷易错

13. $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$ 【解析】由题意得 $x+1 \geq 0$ 且 $x \neq 0$, 解得 $x \geq$
 -1 且 $x \neq 0$, 故答案为 $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

易错警示

二次根式有意义的条件

- (1) 如果一个式子中含有多个二次根式, 那么每个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
- (2) 如果所给式子中含有分母, 那么除了保证被开方数为非负数外, 还必须保证分母不为零.
- (3) 注意“且”的应用.

刷提升

1. D 【解析】由数轴可知, $-1 < a < 0, 1 < b < 2, \therefore a+1 > 0, b-2 < 0,$
 $\therefore \sqrt{a^2 + 2a + 1} - \sqrt{b^2 - 4b + 4} = \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(b-2)^2} = |a+1| -$
 $|b-2| = a+1 - (2-b) = a+b-1$, 故选 D.

2. C 【解析】 $\sqrt{12}(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2\sqrt{6}+6$. $\therefore 5.76 < 6 < 6.25$, $\therefore \sqrt{5.76} < \sqrt{6} < \sqrt{6.25}$, $\therefore 2.4 < \sqrt{6} < 2.5$, $\therefore 10.8 < 2\sqrt{6}+6 < 11$. 故选 C.

3. 3 【解析】 $\because \sqrt{45}=3\sqrt{5}$, 且 $\sqrt{45}$ 与最简二次根式 $\sqrt{2m-1}$ 能合并, $\therefore 2m-1=5$, 解得 $m=3$, 故答案为 3.

4. (1) 3 (2) 2 【解析】(1) $\because 3 < \sqrt{10} < 4$, 而 $n < \sqrt{10} < n+1$, $\therefore n=3$. 故答案为 3.

(2) $\because a, b, n$ 均为正整数, $\therefore n-1, n, n+1$ 为连续的三个自然数, 而 $n-1 < \sqrt{a} < n, n < \sqrt{b} < n+1$, $\therefore \sqrt{(n-1)^2} < \sqrt{a} < \sqrt{n^2}, \sqrt{n^2} < \sqrt{b} < \sqrt{(n+1)^2}$, 观察 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots, 0^2=0, 1^2=1, 2^2=4, 3^2=9, 4^2=16, \dots$, $\therefore (n-1)^2$ 与 n^2 之间的整数有 $(2n-2)$ 个, n^2 与 $(n+1)^2$ 之间的整数有 $2n$ 个, \therefore 满足条件的 a 的个数总比 b 的个数少 $2n - (2n-2) = 2n - 2n + 2 = 2$ (个). 故答案为 2.

5. 【解】原式 $= \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} \right) \div \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}$
 $= \frac{1}{x-1} \times \frac{x-1}{x+1}$
 $= \frac{1}{x+1}$.

当 $x = \sqrt{2} - 1$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

6. 【解】(1) $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3}+1$.

(2) $\because a = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$,

$\therefore a-1 = \sqrt{2}+1-1 = \sqrt{2}$, $\therefore (a-1)^2 = 2$, 即 $a^2 - 2a + 1 = 2$, $\therefore a^2 - 2a = 1$, \therefore 原式 $= 4(a^2 - 2a) - 2 = 4 - 2 = 2$.

刷素养

7. (1) $5\sqrt{\frac{1}{6}}$ (2) $\sqrt{n+\frac{1}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$ (3) ① $2\ 025\sqrt{2}$

② 22 【解析】(1) $\sqrt{4+\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{24+1}{6}} = \sqrt{25 \times \frac{1}{6}} = 5\sqrt{\frac{1}{6}}$.

故答案为 $5\sqrt{\frac{1}{6}}$.

(2) 第 n 个式子可以表示为 $\sqrt{n+\frac{1}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$.

故答案为 $\sqrt{n+\frac{1}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$.

(3) ① 原式 $= 2\ 025\sqrt{\frac{1}{2\ 026}} \times \sqrt{4\ 052}$

$= 2\ 025\sqrt{\frac{1}{2\ 026}} \times 4\ 052$

$= 2\ 025\sqrt{2}$.

故答案为 $2\ 025\sqrt{2}$.

② $\because \sqrt{a+\frac{1}{b}} = 11\sqrt{\frac{1}{b}}$ (a, b 均为正整数), $\therefore a = 11-1 = 10$,

$b = 10+2 = 12$, $\therefore a+b = 10+12 = 22$. 故答案为 22.

专题 1 规律探究 (一)

刷难关

1. C 【解析】由排列方式可知, 第一行共有 1 个数, 第二行共有 2 个数, 第三行共有 3 个数, \dots , 易得七行共有 $1+2+3+4+5+6+7=28$ (个) 数, 则第八行左起第 1 个数是这组数中的第 29 个数. $\because \sqrt{2} = \sqrt{1 \times 2}, 2 = \sqrt{2 \times 2}, \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 2}, 2\sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2}, \dots$, \therefore 第 29 个数是 $\sqrt{2 \times 29} = \sqrt{58}$, 故选 C.

2. 0 【解析】 $\because 3^0=1, 3^1=3, 3^2=9, 3^3=27, 3^4=81, 3^5=243, \dots$, $\therefore 3^n$ (n 为非负整数) 的结果的个位数字以 1, 3, 9, 7 为一循环. $\because (2\ 019+1) \div 4 = 505, 1+3+9+7=20$, $\therefore 3^0+3^1+3^2+3^3+3^4+\dots+3^{2019}$ 的结果的个位数字是 0. 故答案为 0.

3. $n^2 \times (n+1) - (n+1) = (n+1)^2 \times (n-1)$ 【解析】第 1 个: $1 \times 2 - 2 = 2^2 \times 0$; 第 2 个: $4 \times 3 - 3 = 3^2 \times 1$; 第 3 个: $9 \times 4 - 4 = 4^2 \times 2$; 第 4 个: $16 \times 5 - 5 = 5^2 \times 3$; \dots . 按此规律, 第 n 个等式为 $n^2 \times (n+1) - (n+1) = (n+1)^2 \times (n-1)$, 故答案为 $n^2 \times (n+1) - (n+1) = (n+1)^2 \times (n-1)$.

4. $\frac{3}{11} = \frac{1}{4} + \frac{1}{44}, \frac{2}{k} = \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{k+1}$ 【解析】 $\frac{3}{11} = \frac{12}{44} = \frac{11+1}{44} =$

$\frac{11}{44} + \frac{1}{44} = \frac{1}{4} + \frac{1}{44}$. 由题意得当 $k=3=2 \times 1+1$ 时, $\frac{2}{3} = \frac{1+3}{6} =$

$\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$; 当 $k=5=2 \times 2+1$ 时, $\frac{2}{5} = \frac{1+5}{15} = \frac{1}{15} + \frac{1}{3}$; 当 $k=7=2 \times$

$3+1$ 时, $\frac{2}{7} = \frac{1+7}{28} = \frac{1}{28} + \frac{1}{4}$; \dots ; 当 $k=2n+1$ 时, $\frac{2}{k} =$

$\frac{1}{(2n+1)(n+1)} + \frac{1}{n+1}$. 又 $\because n = \frac{k-1}{2}$, \therefore 对于任意奇数 k ($k > 2$),

$\frac{2}{k} = \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{k+1}$, 故答案为 $\frac{3}{11} = \frac{1}{4} + \frac{1}{44}, \frac{2}{k} = \frac{1}{k(k+1)} +$

$\frac{1}{k+1}$.

5. C 【解析】由所给图形可知, 第①个图案中, 菱形的个数为 $2=1 \times 3-1$; 第②个图案中, 菱形的个数为 $5=2 \times 3-1$; 第③个图案中, 菱形的个数为 $8=3 \times 3-1$; 第④个图案中, 菱形的个数为 $11=4 \times 3-1$; \dots , 所以第 n 个图案中, 菱形的个数为 $3n-1$, 当 $n=8$ 时, $3n-1=23$, 即第⑧个图案中, 菱形的个数为 23. 故选 C.

6. B 【解析】第一幅图有 1 个正方形, 第二幅图有 $1^2+2^2=5$ (个) 正方形, 第三幅图有 $1^2+2^2+3^2=14$ (个) 正方形, \dots , 按照此规律, 第六幅图有 $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2=1+4+9+16+25+$

36=91(个)正方形,故选 B.

7. n^2+n 【解析】因为第 1 个图案中“○”的个数为 $2=1 \times 2$; 第 2 个图案中“○”的个数为 $6=2 \times 3$; 第 3 个图案中“○”的个数为 $12=3 \times 4$; \dots , 所以第 n 个图案中“○”的个数为 $n(n+1)=n^2+n$. 故答案为 n^2+n .

C 检测验收练

刷速度

1. C 【解析】 $5>0$, 是正数; $-\frac{5}{7}<0$, 是负数; $-3<0$, 是负数; 0 既不是正数, 也不是负数; $-25.8<0$, 是负数; $+2>0$, 是正数, \therefore 负数有 $-\frac{5}{7}, -3, -25.8$, 共 3 个. 故选 C.
2. C 【解析】A 选项, a^7, a^3 不是同类项, 不能合并, 故此选项不符合题意; B 选项, $3a^2 \cdot 2a^2 = 6a^4$, 故此选项不符合题意; C 选项, $(-2a)^3 = -8a^3$, 故此选项符合题意; D 选项, $a^4 \div a^4 = 1$, 故此选项不符合题意. 故选 C.
3. C 【解析】A 选项, 由数轴可知 $-2<b<-1$, 故本选项不符合题意; B 选项, 由数轴可知 $-2<b<-1$, 则 $1<|b|<2$, 故本选项不符合题意; C 选项, 由数轴可知 $a>0, b<0, |a|>|b|$, 则 $a+b>0$, 故本选项符合题意; D 选项, 由数轴可知 $a>0, b<0$, 则 $ab<0$, 故本选项不符合题意. 故选 C.
4. B 【解析】6 710 亿 $= 6\,710 \times 10^8 = 6.71 \times 10^{11}$. 故选 B.
5. A 【解析】 $\because 1<\sqrt{2}<2, \therefore -2<-\sqrt{2}<-1, \therefore 1<3-\sqrt{2}<2, \therefore 3-\sqrt{2}$ 的整数部分 $a=1$, 小数部分 $b=3-\sqrt{2}-1=2-\sqrt{2}, \therefore (2+\sqrt{2}) \cdot b = (2+\sqrt{2}) \cdot (2-\sqrt{2}) = (2+\sqrt{2}) \cdot (2-\sqrt{2}) = 4-2=2$, 故选 A.
6. C 【解析】设大正方形的边长为 a , 小正方形的边长为 b , 则 $AB=BC=a, BE=BD=b. \therefore$ 大正方形与小正方形的面积之差是 48, $\therefore a^2-b^2=48$. 根据题图可得, $AE=a-b, \therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2}AE \cdot BC = \frac{1}{2}(a-b) \cdot a, S_{\triangle AED} = \frac{1}{2}AE \cdot BD = \frac{1}{2}(a-b) \cdot b, \therefore$ 阴影部分的面积为 $S_{\triangle AEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2}(a-b) \cdot a + \frac{1}{2}(a-b) \cdot b = \frac{1}{2}(a-b) \cdot (a+b) = \frac{1}{2}(a^2-b^2) = \frac{1}{2} \times 48 = 24$, 故选 C.
7. 3 (答案不唯一) 【解析】根据题意可知, $x-2>0$, 解得 $x>2$, \therefore 写出一个满足条件的实数 x 的值为 3. 故答案为 3 (答案不唯一).
8. 1 【解析】 $\because m, n$ 为实数, 且 $(m+4)^2 + \sqrt{n-5} = 0, \therefore m+4=0, n-5=0$, 解得 $m=-4, n=5, \therefore (m+n)^2 = (-4+5)^2 = 1^2 = 1$. 故答案为 1.

☆ 关键点拨

非负数的性质

几个非负数的和为 0 时, 这几个非负数都为 0.

9. $3a(x-y)^2$ 【解析】 $3ax^2-6axy+3ay^2 = 3a(x^2-2xy+y^2) = 3a(x-y)^2$, 故答案为 $3a(x-y)^2$.

10. 4 【解析】 $\sqrt{8} \times \sqrt{6} \div \sqrt{3} = \sqrt{8 \times 6 \div 3} = \sqrt{16} = 4$, 故答案为 4.

11. $\frac{3}{2}$ 【解析】 $\because a+b-3=0, \therefore a+b=3, \therefore \frac{a^2+2ab+b^2}{3a-(a-2b)} = \frac{(a+b)^2}{3a-a+2b} = \frac{(a+b)^2}{2(a+b)} = \frac{a+b}{2} = \frac{3}{2}$.

☆ 关键点拨

题目中无法确定 a, b 的值, 因此我们考虑整体代入法, 本题中把 $a+b$ 作为一个整体, 然后整体代入求值.

12. n^2-2n+3 【解析】题图(1)有 2 个三角形, 记作 $a_1=0^2+2=2$; 题图(2)有 3 个三角形, 记作 $a_2=1^2+2=3$; 题图(3)有 6 个三角形, 记作 $a_3=2^2+2=6$; 题图(4)有 11 个三角形, 记作 $a_4=3^2+2=11$; 按此方法继续下去, 则 $a_n=(n-1)^2+2=n^2-2n+3$. 故答案为 n^2-2n+3 .

13. 【解】 $|1-\sqrt{3}| + 24^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} - (1-\sqrt{3})^0$
 $= \sqrt{3}-1+2\sqrt{6} + \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} - 1$
 $= \sqrt{3}-1+2\sqrt{6}+2-\sqrt{3}-1$
 $= 2\sqrt{6}$.

14. 【解】(1) $(-2)^2 + |-1| - \sqrt{4} + \left(-\frac{1}{2}\right)^0 = 4+1-2+1=4$.
 (2) $a(1-a) + (a+1)(a-1) = a-a^2+a^2-1 = a-1$.

15. 【解】 $\left(2+\frac{1-a}{a}\right) \div \frac{a^2+2a+1}{a}$
 $= \frac{2a+1-a}{a} \div \frac{a^2+2a+1}{a}$
 $= \frac{a+1}{a} \div \frac{a^2+2a+1}{a}$
 $= \frac{a+1}{a} \cdot \frac{a}{a^2+2a+1}$
 $= \frac{a+1}{a} \cdot \frac{a}{(a+1)^2}$
 $= \frac{1}{a+1}$.

当 $a=\sqrt{5}-1$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{5}-1+1} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

☆ 关键点拨

分式化简求值的技巧

对能因式分解的多项式进行因式分解, 将除法转化为乘法, 能约分的先约分, 代入数值求分式的值时要注意分式要有意义, 最后的计算结果要化为最简.

16. 【解】(1) 由题意可得,

$$P_0 = \frac{a^0}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^0}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^0}{(c-a)(c-b)} = \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}.$$

(2) 由题意可得,

$$P_1 = \frac{a^1}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^1}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^1}{(c-a)(c-b)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} - \frac{b}{(b-c)(a-b)} + \frac{c}{(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{a(b-c) - b(a-c) + c(a-b)}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{ab-ac-ab+bc+ac-bc}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{0}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= 0. \end{aligned}$$

第二章 方程(组)与不等式(组)

A 2025 真题诊断练

刷诊断

1. A 【解析】 $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}$, 方程两边同时乘 $x(x+1)$, 得 $x+1=2x$.

故选 A.

2. A 【解析】 \because 初始时, 两杯水的质量分别为 a 克和 b 克, \therefore 加入 c 克水后, 两杯水的质量分别变为 $(a+c)$ 克和 $(b+c)$ 克. $\because a > b, \therefore a+c > b+c$, 故选 A.3. A 【解析】矩形的宽为 x m, 则长为 $(24-2x)$ m. 依题意, 得 $x(24-2x) = 40$. 故选 A.4. D 【解析】A 选项, $\Delta = -4 < 0$, 故方程没有实数根; B 选项, $\Delta = 0$, 故方程有两个相等的实数根; C 选项, $\Delta = -3 < 0$, 故方程没有实数根; D 选项, $\Delta = 5 > 0$, 故方程有两个不相等的实数根. 故选 D.

刷有所得

一元二次方程根的判别式

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 的根与判别式 $\Delta = b^2-4ac$ 有如下关系: ① $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根; ② $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根; ③ $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

5. B 【解析】设租用 45 座客车 x 辆, 60 座客车 y 辆. 由题意得 $45x+60y=900$, 整理得 $x=20-\frac{4}{3}y$. $\because x, y$ 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} x=16, \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=12, \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8, \\ y=9 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4, \\ y=12, \end{cases} \therefore \text{租车方案有 4 种,}$$

故选 B.

6. 1.2 【解析】设两人采摘了 x 小时. 由题意得 $6x-4x=2.4$, 解得 $x=1.2$, \therefore 两人采摘了 1.2 小时. 故答案为 1.2.7. -3 【解析】 $\because x_1, x_2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x-m=0$ 的两个实数根, $\therefore x_1+x_2=-2$. $\because x_1=1, \therefore x_2=-3$, 故答案为 -3.

刷有所得

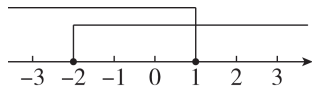
一元二次方程根与系数的关系

如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 的两个实数根

$$\text{是 } x_1, x_2, \text{ 那么 } x_1+x_2 = -\frac{b}{a}, x_1x_2 = \frac{c}{a}.$$

注意它的使用条件为 $a \neq 0, b^2-4ac \geq 0$.8. -1 【解析】方程两边同时乘 $x-2$, 得 $x+m-1=3x-6, x-3x=-6-m+1, -2x=-5-m, x=\frac{5+m}{2}$. \because 原方程无解, $\therefore x=\frac{5+m}{2}$ 是原方程的增根. 由 $x-2=0$, 得 $x=2, \therefore \frac{5+m}{2}=2, \therefore m=-1$, 故答案为 -1.9. 【解】(1) 解不等式①, 得 $x \leq 1$. 故答案为 $x \leq 1$.(2) 解不等式②, 得 $x \geq -2$. 故答案为 $x \geq -2$.

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:

(4) 原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$. 故答案为 $-2 \leq x \leq 1$.10. 【解】设该游客购买甲种商品 x 盒, 乙种商品 y 盒.

$$\text{由题意得 } \begin{cases} x+y=10, \\ 25x+20y=230, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=6, \\ y=4. \end{cases}$$

答: 该游客购买甲种商品 6 盒, 乙种商品 4 盒.

11. 【解】设机器人 A 每小时搬运 x 千克化工原料, 则机器人 B 每小时搬运 $(x+20)$ 千克化工原料.

$$\text{根据题意得 } \frac{800}{x} = \frac{1\,000}{x+20},$$

解得 $x=80$.经检验, $x=80$ 是所列方程的解, 且符合题意,

$$\therefore x+20=80+20=100.$$

答: 机器人 A 每小时搬运 80 千克化工原料, 机器人 B 每小